



โครงการคณิตศาสตร์
เรื่อง จัตุรัสทศจรรย์จากเรือนยันต์ล้านนา

โดย

นายนนท์ปวิธ	ถิ่นมุกดา
นายเอกรินทร์	อินคำ
นายทิวากร	ศรีโม

ครูที่ปรึกษา

นายอาหนึ่ง	ชูไวย
นางสาววรรัตน์	ใจพลแสน

รายงานฉบับนี้เป็นส่วนประกอบของโครงการคณิตศาสตร์
ประเภท การสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย ระดับ มัธยมศึกษาตอนปลาย
โรงเรียนเทิงวิทยาคม ต.เวียง อ.เทิง จ.เชียงราย 57160
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 36 (เชียงราย – พะเยา)
เนื่องในงานแข่งขันทักษะความสามารถทางวิชาการของนักเรียน
ประจำปีการศึกษา 2560

โครงการประเภทการสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย เรื่อง จัตุรัสมหัศจรรย์จากเรือนยนต์ล้านนา

คณะผู้ศึกษา

- | | |
|-----------------|-----------|
| 1. นายนนท์ปวิธ | ถิ่นมุกดา |
| 2. นายเอกรินทร์ | อินคำ |
| 3. นายทิวากร | ศรีโม |

ครูที่ปรึกษา

- | | |
|-------------------|---------|
| 1. นายอาหนึ่ง | ชูไวย |
| 2. นางสาววรารัตน์ | ใจพลแสน |

สถานศึกษา โรงเรียนเทิงวิทยาคม อำเภอเทิง จังหวัดเชียงราย 57160

ปีการศึกษา 2560

บทคัดย่อ

การศึกษาในครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรือนยนต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง และศึกษาสมบัติเชิงพีชคณิตและแบบรูปเชิงเรขาคณิตของตำแหน่งของแต่ละจำนวน ผลการศึกษาพบว่า สามารถวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง ได้เสมอ ซึ่งพบว่า $n = \sqrt{4m-3}$ และ $m = \frac{n^2+3}{4}$ ผลบวกและผลคูณของตัวเลขบางแนวจะมีค่าเป็นค่าคงที่เท่ากัน

เสมอ และสามารถสลับตำแหน่งของตัวเลขในแต่ละตำแหน่งได้ และสำหรับวงที่ k ใดๆ $k = \frac{n-1}{2}$

กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาโครงการคณิตศาสตร์ประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย เรื่อง จัตุรัสผมหงอกจากรีอนยันต์ล้านนา เล่มนี้ สำเร็จลุล่วงโดยได้รับความอนุเคราะห์อย่างดีจากครูอาหนึ่ง ชูไวย และครูวรรัตน์ ใจพลแสน ซึ่งได้กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำแนวคิดวิธีการและสละเวลาอันมีค่าแก้ไขข้อบกพร่องของเนื้อหา และสำนวนภาษาด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง คณะผู้ศึกษาขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณคณะผู้บริหารโรงเรียนเทิงวิทยาคมทุกท่าน หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และคณะครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเทิงวิทยาคมทุกท่านที่ให้การสนับสนุนการดำเนินการศึกษาโครงการเล่มนี้จนสำเร็จด้วยดี

คุณค่าและสารัตถประโยชน์ อันพึงมาจากโครงการคณิตศาสตร์เล่มนี้ในครั้งนี้ คณะผู้ศึกษาขอน้อมเป็นเครื่องบูชาพระคุณแต่ บิดา มารดา ตลอดจนครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่คณะผู้ศึกษาตลอดมา

คณะผู้ศึกษา

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	ก
กิตติกรรมประกาศ	ข
บทที่ 1 บทนำ	1
ที่มาและความสำคัญของโครงการ	1
จุดประสงค์ของการศึกษา	1
ขอบเขตของการศึกษา	2
นิยามศัพท์เฉพาะ	2
กรอบแนวคิดการศึกษา	3
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
บทที่ 3 วิธีการดำเนินโครงการ	13
ขั้นตอนการดำเนินการศึกษาโครงการ	13
บทที่ 4 ผลการศึกษา	15
บทที่ 5 สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ	21
ผลการศึกษาจากการดำเนินโครงการ	21
ข้อเสนอแนะจากการดำเนินการศึกษาโครงการ	22
บรรณานุกรม	
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก ประวัติผู้จัดทำ	
ภาคผนวก ข ประมวลภาพการดำเนินการศึกษา	

สารบัญตาราง

ตาราง		หน้า
ตารางที่ 1	ตารางการดำเนินงาน	13
ตารางที่ 2	ตารางแสดงวิธีการสังเกต หาจำนวนค่าเพื่อใช้วางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง	15
ตารางที่ 3	ตารางความสัมพันธ์ของค่า n, m	16
ตารางที่ 4	ตารางแสดงวิธีการวางตัวเลขลงในแนวทแยงมุมของ ตารางขนาด $n \times n$ ช่อง ซึ่ง n ต้องเป็นจำนวนเต็มคี่บวก เพื่อใส่ตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m ต้องเป็นจำนวนเต็มคี่บวกด้วย	19
ตารางที่ 5	ตารางความสัมพันธ์ของค่า n, m และ k เมื่อ $n = 1, 3, 5, \dots$	20

สารบัญภาพ

ภาพ		หน้า
ภาพที่ 1	กรอบแนวคิดการศึกษา	3
ภาพที่ 2	ยันต์รอดทั้งเจ็ด	4
ภาพที่ 3	กลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ฉบับแยกมุมทั้งสี่	5
ภาพที่ 4	กลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ฉบับสมบูรณ์	5
ภาพที่ 5	ความสัมพันธ์ของตำแหน่งที่ของกลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5	6
ภาพที่ 6	ความสัมพันธ์ของผลบวกของตำแหน่งที่ของกลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5	8
ภาพที่ 7	ความสัมพันธ์ของผลคูณของตำแหน่งที่ของกลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5	10
ภาพที่ 8	ความสัมพันธ์ของการสลับตำแหน่งที่ของกลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5	11
ภาพที่ 9	ระบบจำนวนเต็ม	11
ภาพที่ 10	ตำแหน่งการลงยันต์รอดทั้ง 7	17
ภาพที่ 11	ตำแหน่งการใส่ตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m ต้องเป็นจำนวนเต็มคี่บวก	18

บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของทุกคน โดยคนส่วนใหญ่มักมีความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องยากต่อการทำความเข้าใจและไม่อยากศึกษาต่อ อันเนื่องมาจากความคิดที่ว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องของหลักการทฤษฎีที่มีความซับซ้อน และไม่น่าสนใจ

ดินแดนล้านนาเป็นถิ่นที่มีพระพุทธศาสนาเจริญรุ่งเรืองมาแต่อดีต ดังปรากฏหลักฐานในตำนานหรือพงศาวดารต่างๆและจะเห็นได้จากโบราณสถานตามวัดวาอารามที่ปรากฏในเมืองสำคัญของล้านนาทั้งนี้ก็เพราะ พระพุทธศาสนาได้มีบทบาทสำคัญทั้งทางด้านการเมืองการปกครองและวิถีชีวิตของคนล้านนา การนับถือศาสนาของชาวล้านนามีพื้นฐานมาจากไสยศาสตร์อันเนื่องด้วยศาสนาพราหมณ์แล้วมารับเอาพระพุทธศาสนา ต่างกรรมต่างวาระ จึงเกิดการผสมผสานจนแนบแน่น การปฏิบัติพิธีกรรมทางศาสนาจึงปนเปกันระหว่างศาสนาพุทธ และพราหมณ์ ความเชื่อทางศาสนาของคนล้านนาเป็นไปในทางองเดียวกันกับคนไทยโดยทั่วไป กล่าวคือเชื่อเรื่องภูตผีแห่งกรรม อาณิสย์ผลบุญอันเป็นเรื่องของศาสนาพุทธโดยตรง และเชื่อในไสยศาสตร์ตลอดจนสิ่งศักดิ์สิทธิ์ต่างๆ ตามคตินิยมของพวกพราหมณ์ “ยันต์” เป็นเครื่องรางของขลังอย่างหนึ่งซึ่งเชื่อถือสืบๆ กันมาแต่โบราณกาล ว่ามีประสิทธิคุณให้สัมฤทธิ์ผลแก่ผู้ที่เชื่อถือทั่วไป จะมากหรือน้อยแล้วแต่กรณียันต์ต่างๆโดยมากเมื่อถอดคาถาที่ลงในยันต์นั้นๆ ออกมาแปลดูแล้วจะพบว่า เป็นคำสั่งให้ประพฤติชอบปฏิบัติ มีศีลธรรมบ้างเป็นคำอวยพรให้อยู่ดีมีสุข ปราศจากโรคภัยอันตรายบ้าง เป็นคำขอพร โดยขอคุณพระรัตนตรัยช่วยปกคุ้มคุ้มครองให้เจริญรุ่งเรืองบ้าง จะเห็นได้ว่าครูบาอาจารย์แต่เก่าก่อนนั้น เป็นผู้รู้ลึกลับและฉลาดในการ “อนุเคราะห์คน”

ยันต์รอดทั้งเจ็ด ๗๖๐๗๖๗๘ (สะหะวะสะหะสะนะ) เป็นยันต์ที่มีคาถา 7 พยางค์ มาจากบทรัตนสูตรบทที่ 14 คนล้านนาโบราณสามารถนำมาเขียนกลการลงยันต์แบบม้าข้ามค่ายในตารางขนาด 5×5 ได้ โดยมีเอกลักษณ์การลงยันต์แบบเฉพาะตัว คือ การลงจากสี่มุมของตารางโดยแต่ละลำดับพยางค์จะลงลำดับละ 4 ครั้ง ซึ่งลำดับพยางค์ตัวที่ 1-6 จะลงตัวละ 4 ครั้ง ยกเว้นพยางค์ลำดับที่ 7 จะลงซ้ำกันในตำแหน่งตรงกลางของตาราง เพียง 1 ครั้ง ด้วยเหตุนี้คณะผู้ศึกษาจึงมีความสนใจศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยบูรณาการกลวิธีการลงยันต์รอดทั้ง 7 (ประยุกต์ผลจากการศึกษาของชุมชนมรภัษล้านนา โรงเรียนเทิงวิทยาคม, 2559) และปรับเปลี่ยนให้เข้ากับวิธีการทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยหลักการและแบบรูปเชิงคณิตศาสตร์เป็นแนวทางในการศึกษา ในหัวข้อ “จัดสรรหัตถ์จรรยจากเรือนยันต์ล้านนา”

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรือนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

2. เพื่อศึกษาสมบัติเชิงพีชคณิตและแบบรูปเชิงเรขาคณิตของตำแหน่งของแต่ละจำนวนจากการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรือนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ความรู้เกี่ยวกับรูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรือนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

2. ได้ทราบสมบัติเชิงพีชคณิตและแบบรูปเชิงเรขาคณิตของตำแหน่งของแต่ละจำนวนจากการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรือนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

3. ได้พัฒนาเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ขอบเขตการศึกษา

ขอบเขตการศึกษาด้านเนื้อหา

การศึกษาค้นคว้าในเรื่องนี้ มุ่งศึกษาศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรือนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

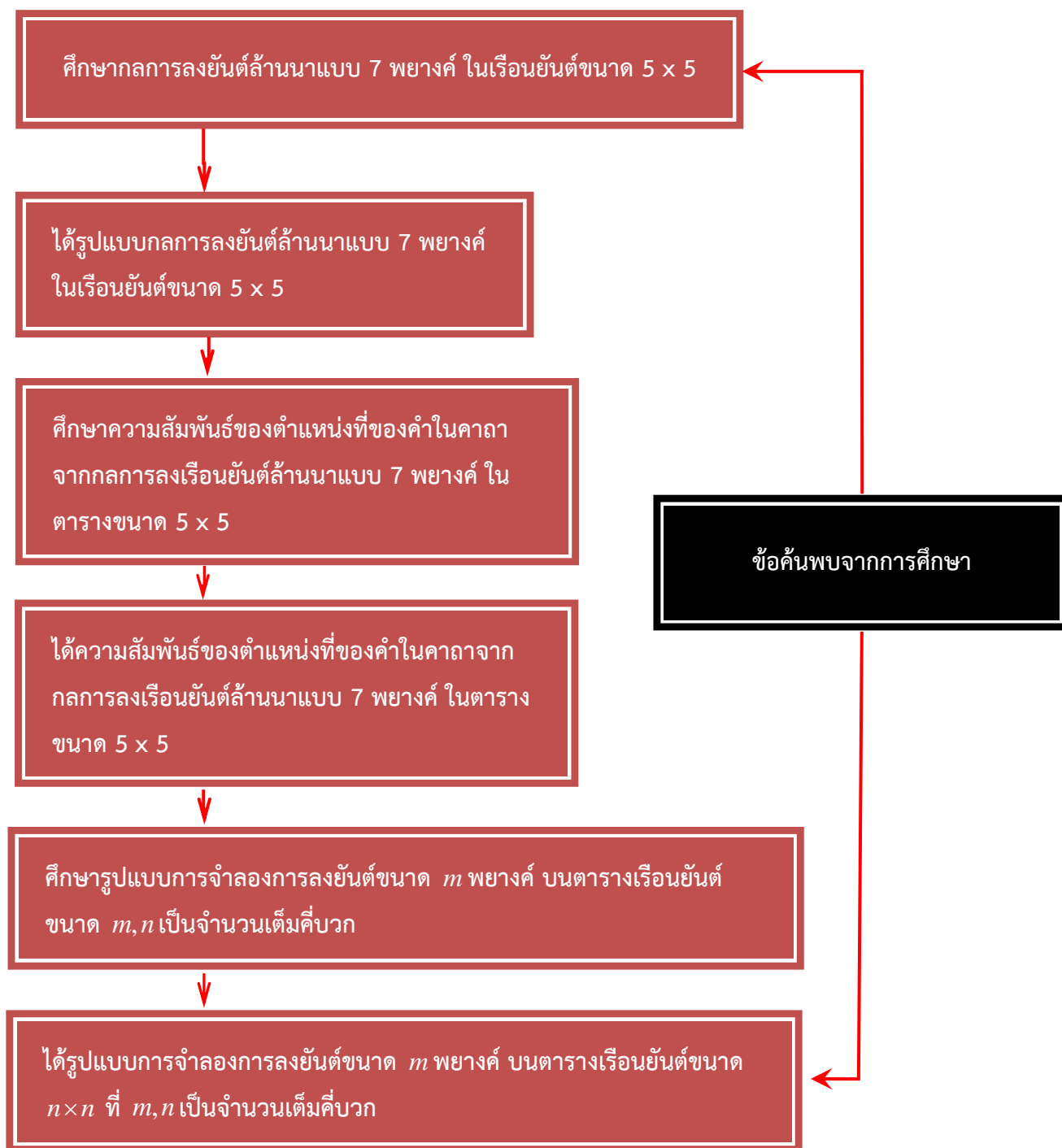
ขอบเขตด้านระยะเวลา

เดือนกรกฎาคม 2560 – เดือนตุลาคม 2560

นิยามศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ที่ใช้ในการศึกษา

ยันต์	หมายถึง	ตารางหรือลายเส้นเป็นตัวเลข อักษรหรือรูปภาพที่เขียน สักหรือแกะสลักลงบนแผ่นผ้า ผิวหนังไม้ โลหะ ขนาดตารางจัตุรัสขนาด $n \times n$ ที่ $n \in \mathbb{Z}^+$ ในที่นี้จะเริ่มศึกษายันต์รอดทั้ง 7 ขนาด 5×5 จำนวน 25 ช่อง และศึกษาการลงแบบจตุรภัทร จากมุมทั้ง 4 ของเรือนยันต์ด้วยการลงแบบเวียนขวา หรือเวียนซ้าย
เรือนยันต์	หมายถึง	ตารางสำหรับลงยันต์
ตาราง	หมายถึง	ตารางขนาด $n \times n$ ช่อง ที่ใช้ศึกษาศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m, n เป็นจำนวนเต็มคี่บวก

กรอบแนวคิดการศึกษา



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการศึกษา

บทที่ 2 เอกสารที่เกี่ยวข้อง

ในการดำเนินการศึกษาโครงการ เรื่อง จัดทำสมมติศจรรยกับเรือนยนต์ล้านนา คณะผู้ศึกษาได้ค้นคว้าเอกสารที่เกี่ยวข้องโดยลำดับเนื้อหาที่เป็นสาระสำคัญดังต่อไปนี้

1. กลการลงย่นต์รอดทั้ง 7 และความสัมพันธ์เชิงพีชคณิตของตำแหน่งที่ของลำดับการลงย่นต์
2. ระบบจำนวนเต็ม
3. แบบรูปและความสัมพันธ์

ซึ่งแต่ละหัวข้อมีรายละเอียด ดังนี้

1. กลการลงย่นต์รอดทั้ง 7

รูปแบบกลการลงเรือนยนต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5 x 5

จากการศึกษาย่นต์รอดทั้ง 7 ในตารางขนาด 5 x 5 ดังภาพที่ 2 (ย่นต์รอดทั้ง 7)

อักขระในย่นต์รอดทั้ง 7	ฉ	ช	อ	ฉ	จ	ฉ	จ
ตัวเลขแทนลำดับ	1	2	3	4	5	6	7

หมายเหตุ อักขระที่เหมือนกันในตำแหน่งที่ 1, 4 และ 6 เป็นข้อความของคาถารอดทั้ง 7 ซึ่งเป็นต้นจุดเริ่มต้นของการศึกษาในครั้งนี้เท่านั้น

ฉ	ฉ	อ	ฉ	ฉ
ฉ	จ	ช	จ	ฉ
อ	ช	จ	ช	อ
ฉ	จ	ช	จ	ฉ
ฉ	ฉ	อ	ฉ	ฉ

ส	ส	ว	ส	ส
ส	ท	ท	ท	ส
ว	ห	น	ห	ว
ส	ท	ท	ท	ส
ส	ส	ว	ส	ส

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

ภาพที่ 2 ย่นต์รอดทั้งเจ็ด

สามารถถอดกลการลงย่นต์แบบม้าข้ามค่ายวนขวาตามลำดับตัวเลขตำแหน่งที่ของการลงย่นต์ได้ดังนี้

1				
6		2		
		7		3
	5			
			4	

			6	1
	5			
		7	2	
4				
		3		

	4			
			5	
3		7		
		2		6
				1

		3		
				4
	2	7		
			5	
1	6			

ภาพที่ 3 กลการลงยันต์รอดทั้ง 7 ในตารางขนาด 5 x 5 ฉบับแยกมุมทั้งสี่

จากภาพที่ 3 พบว่า กลการลงยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5 x 5 นี้ ต้องลงซ้ำที่ละมุม มุมละ 7 ตำแหน่ง จนครบทั้งสี่มุม และแต่ละตำแหน่งไม่ซ้ำกันยกเว้นตำแหน่งที่ 7 ซึ่งอยู่ตำแหน่งตรงกลางของตารางพอดีจะซ้ำกันเสมอ

รูปแบบความสัมพันธ์ของตำแหน่งที่ของคำในคาถาจากกลการลงเรือนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5 x 5

จากกลการลงยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5 x 5 ดังภาพที่ 4 ซึ่งสามารถเขียนรวมได้ดังนี้

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

ภาพที่ 4 กลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5 x 5 ฉบับสมบูรณ์

จากภาพที่ 4 พบว่า ตำแหน่งที่ขอการลงยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5 x 5 มีความสัมพันธ์กันดังภาพที่ 5 ต่อไปนี้

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

ภาพที่ 5 ความสัมพันธ์ของตำแหน่งที่ของกลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5

จากภาพที่ 4 และ 5 ถ้าให้ k เป็นจำนวนเต็มใดๆ พบว่า

1. ผลบวกของตัวเลขตามแนวทึบสี่จะมีค่าเป็นค่าคงที่เท่ากันเสมอ

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

$1+k$	$4+k$	$3+k$	$6+k$	$1+k$
$6+k$	5	2	5	$4+k$
$3+k$	2	7	2	$3+k$
$4+k$	5	2	5	$6+k$
$1+k$	$6+k$	$3+k$	$4+k$	$1+k$

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	$5+k$	$2+k$	$5+k$	4
3	$2+k$	7	$2+k$	3
4	$5+k$	$2+k$	$5+k$	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	$4+k$	3	$6+k$	1
$6+k$	$5+k$	$2+k$	$5+k$	$4+k$
3	$2+k$	7	$2+k$	3
$4+k$	$5+k$	$2+k$	$5+k$	$6+k$
1	$6+k$	3	$4+k$	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	$3+k$	6	1
6	5	$2+k$	5	4
$3+k$	$2+k$	$7+k$	$2+k$	$3+k$
4	5	$2+k$	5	6
1	6	$3+k$	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	$2+k$	5	4
3	$2+k$	$7+k$	$2+k$	3
4	5	$2+k$	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

$1+k$	4	3	6	$1+k$
6	$5+k$	2	$5+k$	4
3	2	$7+k$	2	3
4	$5+k$	2	$5+k$	6
$1+k$	6	3	4	$1+k$

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	$5+k$	2	$5+k$	4
3	2	$7+k$	2	3
4	$5+k$	2	$5+k$	6
1	6	3	4	1

ภาพที่ 6 ความสัมพันธ์ของผลบวกของตำแหน่งที่ของกลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5

2. ผลคูณของตัวเลขตามแนวเส้นประจะมีค่าเป็นค่าคงที่เท่ากันเสมอ

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

$1k$	$4k$	$3k$	$6k$	$1k$
$6k$	5	2	5	$4k$
$3k$	2	7	2	$3k$
$4k$	5	2	5	$6k$
$1k$	$6k$	$3k$	$4k$	$1k$

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	$5k$	$2k$	$5k$	4
3	$2k$	7	$2k$	3
4	$5k$	$2k$	$5k$	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	$4k$	3	$6k$	1
$6k$	$5k$	$2k$	$5k$	$4k$
3	$2k$	7	$2k$	3
$4k$	$5k$	$2k$	$5k$	$6k$
1	$6k$	3	$4k$	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	$3k$	6	1
6	5	$2k$	5	4
$3k$	$2k$	$7k$	$2k$	$3k$
4	5	$2k$	5	6
1	6	$3k$	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	$2k$	5	4
3	$2k$	$7k$	$2k$	3
4	5	$2k$	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

$1k$	4	3	6	$1k$
6	$5k$	2	$5k$	4
3	2	$7k$	2	3
4	$5k$	2	$5k$	6
$1k$	6	3	4	$1k$

1	4	3	6	1
6	5	2	5	4
3	2	7	2	3
4	5	2	5	6
1	6	3	4	1

1	4	3	6	1
6	$5k$	2	$5k$	4
3	2	$7k$	2	3
4	$5k$	2	$5k$	6
1	6	3	4	1

ภาพที่ 7 ความสัมพันธ์ของผลคูณของตำแหน่งที่ของกลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ดแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5

3. สามารถสลับตำแหน่งตัวเลข 1-7 ตามกลการลงยันต์ได้ และมีสมบัติตามข้อ 1. และ 2.

2	5	4	7	2
7	6	3	6	5
4	3	1	3	4
5	6	3	6	7
2	7	4	5	2

3	6	5	1	3
1	7	4	7	6
5	4	2	4	5
6	7	4	7	1
3	1	5	6	3

4	7	6	2	4
2	1	5	1	7
6	5	3	5	6
7	1	5	1	2
4	2	6	7	4

5	1	7	3	5
3	2	6	2	1
7	6	4	6	7
1	2	6	2	3
5	3	7	1	5

6	2	1	4	6
4	3	7	3	2
1	7	5	7	1
2	3	7	3	4
6	4	1	2	6

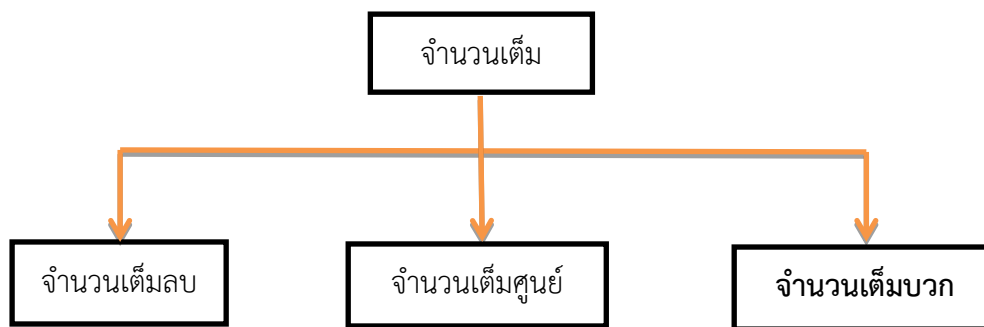
7	3	2	5	7
5	4	1	4	3
2	1	6	1	2
3	4	1	4	5
7	5	2	3	7

ภาพที่ 8 ความสัมพันธ์ของการสลับตำแหน่งที่ของกลการลงยันต์รอดทั้งเจ็ด

แบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5

2. ระบบจำนวนเต็ม

2.1 จำนวนเต็มแบ่งได้ 3 ประเภท



ภาพที่ 9 ระบบจำนวนเต็ม

2.2 ค่าสัมบูรณ์ คือ ผลต่างของจำนวนนับใดๆกับ 0 เช่น $|3| = 3$, $|-10| = 10$

2.3 การบวกจำนวนเต็ม

การบวกจำนวนเต็มชนิดเดียวกันให้นำตัวเลขมาบวกกันแล้วผลบวกจะเป็นจำนวนเต็มชนิดนั้น

เช่น $3 + 2 = 5$ หรือ $(-3) + (-2) = -5$

การบวกจำนวนเต็มต่างชนิดให้นำตัวเลขมาลบกันแล้วผลบวกมีเครื่องหมายเหมือนจำนวนเต็มซึ่งมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า เช่น $3 + (-1) = 2$ หรือ $(-3) + 1 = -2$

2.4 การลบจำนวนเต็ม

ทำได้โดยเปลี่ยนจากลบเป็นการบวกด้วยจำนวนตรงข้าม โดยที่ตัวตั้งยังคงมีค่าเท่าเดิม เช่น $3 - 9$

$$\text{คือ } 3 + (-9) = -6$$

$$-12 - 8 \text{ คือ } -12 + (-8) = -20$$

$$-12 - (-15) \text{ คือ } -12 + 15 = 3$$

2.5 การคูณจำนวนเต็ม

การคูณจำนวนเต็มชนิดเดียวกันให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนทั้งสองมาคูณกันผลคูณเป็นจำนวนเต็มบวกเสมอ

$$\text{เช่น } 3 \times 6 = 18 \text{ หรือ } (-3) \times (-6) = 18$$

การคูณจำนวนเต็มต่างชนิดกันให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนทั้งสองมาคูณกัน ผลคูณเป็นจำนวนเต็มลบเสมอ

$$\text{เช่น } 3 \times (-6) = -18 \text{ หรือ } (-3) \times 6 = -18$$

2.6 การหารจำนวนเต็ม

การหารจำนวนเต็มชนิดเดียวกันให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนทั้งสองมาหารกันผลหารเป็นจำนวนเต็มบวกเสมอ

$$\text{เช่น } 6 \div 3 = 2 \text{ หรือ } (-6) \div (-3) = 2$$

การหารจำนวนเต็มต่างชนิดกันให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนทั้งสองมาหารกันผลหารเป็นจำนวนเต็มลบเสมอ

$$\text{เช่น } (-6) \div 3 = -2 \text{ หรือ } -6 \div (3) = -2$$

3. แบบรูปและความสัมพันธ์

แบบรูปเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะสำคัญบางอย่างร่วมกันอย่างมีเงื่อนไข ซึ่งสามารถอธิบายความสัมพันธ์เหล่านั้นได้โดยใช้การสังเกต การวิเคราะห์ หาเหตุผลสนับสนุนจนได้บทสรุปอันเป็นที่ยอมรับได้ แบบรูปนับเป็นปัจจัยพื้นฐานอันหนึ่งในการช่วยคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันโดยที่เราได้เคยพบเห็นและได้ผ่านการใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์ด้วยเหตุด้วยผลกับแบบรูปในลักษณะต่างๆ กันมาแล้ว แบบรูปที่จะกล่าวถึงนี้เป็นแบบรูปในลักษณะต่างๆ เพื่อให้เห็นรูปแบบของการจัดลำดับ และการกระทำซ้ำอย่างต่อเนื่องเพื่อจะได้ใช้การสังเกต การวิเคราะห์ การให้เหตุผลในการบอกความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ที่พบเห็นได้อย่างถูกต้องจนถึงขั้นสรุปเป็นกฎเกณฑ์

โดยทั่วไปในคณิตศาสตร์จะพบเห็นการใช้แบบรูปในเรื่องของจำนวน รูปร่าง รูป เรขาคณิตจากแบบรูปของจำนวนเราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์โดยใช้ตัวแปร และสมบัติของการเท่ากันสร้างสมการเพื่อใช้แก้ปัญหาได้ จากเงื่อนไขข้างต้น สรุปได้ว่า

แบบรูป (Patterns) หมายถึง รูปร่าง หรือลักษณะของสิ่งต่างๆ ที่นำมาประกอบกันตามความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเหล่านั้น

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการศึกษา

1. ตารางการดำเนินงาน

ตารางที่ 1 ตารางการดำเนินงาน

ที่	วัน เดือน ปี	กิจกรรม การดำเนินการศึกษา	ผู้รับผิดชอบ
1	3-10 ก.ค. 2560	คัดเลือกหัวข้อโครงการงาน	คณะผู้ศึกษาทุกคน
2	11-20 ก.ค. 2560	ส่งหัวข้อโครงการงานปรึกษาครูที่ปรึกษา	คณะผู้ศึกษาทุกคน
3	21-31 ก.ค. 2560	กำหนดแนวทางและขอบเขตของการศึกษา ร่วมกับครูที่ปรึกษา	คณะผู้ศึกษาทุกคนและ ครูที่ปรึกษา
4	1-31 ส.ค. 2560	ทบทวนความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกลการลง ยันต์รอดทั้ง 7	คณะผู้ศึกษาทุกคนและ ครูที่ปรึกษา
5	1-15 ก.ย. 2560	ศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ของการวาง ตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตาราง ขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกต จากกลการลงเรื่อนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง	คณะผู้ศึกษาทุกคนและ ครูที่ปรึกษา
6	16-30 ก.ย. 2560	ศึกษาสมบัติเชิงพีชคณิตและแบบแผนรูปเชิง เรขาคณิตของตำแหน่งของแต่ละจำนวนจาก การวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลง ในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัย หลักการสังเกตจากกลการลงเรื่อนยันต์ ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง	คณะผู้ศึกษาทุกคนและ ครูที่ปรึกษา
7	1-10 ต.ค.2560	สรุปการศึกษารวบรวมข้อค้นพบความรู้ ทฤษฎี หลักการ แนวคิด ระเบียบวิธี และ ผลลัพธ์จากการศึกษาต่อครูที่ปรึกษา เพื่อรับการวิพากษ์และแก้ไขจากครูที่ปรึกษา	คณะผู้ศึกษาทุกคน
8	11-21 ต.ค. 2560	จัดพิมพ์รูปเล่มโครงการงาน	คณะผู้ศึกษาทุกคน
9	21-31 ต.ค. 2560	จัดทำบอร์ดนำเสนอโครงการงานและแผ่นพับ แนะนำโครงการงาน	คณะผู้ศึกษาทุกคน

ลำดับการดำเนินการศึกษา

การดำเนินการศึกษาโครงการประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย เรื่อง จัตุรัสสมท้ศจรรยกับเรื่อนยันต์ ล้านนา ในครั้งนี้ คณะผู้ศีกษาได้ผลการศีกษาแบ่งเป็น 2 ตอน ตามลำดับดังนี้

ตอนที่ 1 รูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรื่อนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง โดยแบ่งเป็น 6 ประเด็นสำคัญดังนี้

ประเด็นที่ 1 การหาจำนวนช่องและจำนวนคำ

ประเด็นที่ 2 การพิจารณาค่า n

ประเด็นที่ 3 การหาชุดที่ของ n และ m

ประเด็นที่ 4 วิธีการใส่ตัวเลขลงในตาราง

ประเด็นที่ 5 การหาค่า k

ประเด็นที่ 6 ความพันธ์ของค่า n, m และ k เมื่อ $n = 1, 3, 5, \dots$

ตอนที่ 2 สมบัติเชิงพีชคณิตและแบบฉบับรูปเชิงเรขาคณิตของตำแหน่งของแต่ละจำนวนจากการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรื่อนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

บทที่ 4

ผลการดำเนินการศึกษา

จากผลการดำเนินการศึกษาโครงการประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย เรื่อง จัดผู้สมมติศจรรยกับ เรือนยนต์ล้าंना ในครั้งนี้ คณะผู้ศึกษาได้ผลการศึกษาแบ่งเป็น 2 ตอน ตามลำดับดังนี้

ตอนที่ 1 รูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากผลการลงเรือนยนต์ล้าंनाแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

ตอนที่ 2 สมบัติเชิงพีชคณิตและแบบแผนรูปเชิงเรขาคณิตของตำแหน่งของแต่ละจำนวนจากการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากผลการลงเรือนยนต์ล้าंनाแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

ซึ่งแต่ละตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1. การศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากผลการลงเรือนยนต์ล้าंनाแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

จากการสังเกตการแทนตัวเลขลงในตาราง (ดังภาพที่ 2 หน้า 4) พบว่า

ประเด็นที่ 1 การหาจำนวนช่องและจำนวนคำ

ตารางที่ 2 ตารางแสดงวิธีการสังเกต หาจำนวนคำเพื่อใช้วางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง

จำนวนตัวเลข	จำนวนครั้งของการลงตัวเลข				รวมจำนวนครั้ง
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4	
7 ตัว (1, 2, ..., 7)	7	(7-1)	(7-1)	(7-1)	$4(7) - 3$ ครั้ง
m ตัว (1, 2, ..., m)	m	$m-1$	$m-1$	$m-1$	$4m-3$

จากตารางที่ 2 ทำให้ได้ว่า

$$n^2 = 4m - 3 \quad \text{-----> (1)}$$

หรือ

$$n = \sqrt{4m - 3}$$

และจาก (1) ทำให้ได้ว่า

$$m = \frac{n^2 + 3}{4} \quad \text{-----> (2)}$$

ประเด็นที่ 2 การพิจารณาค่า n

เราทราบว่า จำนวนเต็มคู่ \times จำนวนเต็มคู่ ได้ผลลัพธ์เป็น จำนวนเต็มคู่
 จำนวนเต็มคู่ \times จำนวนเต็มคี่ ได้ผลลัพธ์เป็น จำนวนเต็มคู่
 จำนวนเต็มคี่ \times จำนวนเต็มคู่ ได้ผลลัพธ์เป็น จำนวนเต็มคู่
 จำนวนเต็มคี่ \times จำนวนเต็มคี่ ได้ผลลัพธ์เป็น จำนวนเต็มคี่

จาก (1) ไม่ว่า m จะเป็นจำนวนเต็มคู่หรือจำนวนเต็มคี่ $4m-3$ ย่อมเป็นจำนวนเต็มคี่ และ n^2 ย่อมเป็นจำนวนเต็มคี่ด้วย

ประเด็นที่ 3 การหาชุดที่ของ n และ m

ตารางที่ 3 ตารางแสดงความสัมพันธ์ของค่า n และ m

ค่า n	n^2	ค่า $m = \frac{n^2 + 3}{4}$	(n, m)	จัดเรียงทศจรรยชุดที่ l ซึ่งเป็นตารางขนาด $n \times n$ จะมีจำนวน m ตัว ใส่เลข $1, 2, 3, \dots, m$
$n_1 = 1$	$1^2 = 1$	$m_1 = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$	$(n_1, m_1) = (1, 1)$	จัดเรียงทศจรรยชุดที่ 1 ซึ่งเป็นตารางขนาด 1×1 จะมีจำนวน 1 ตัว ใส่เลข 1
$n_2 = 3$	$3^2 = 9$	$m_2 = \frac{9+3}{4} = \frac{12}{4} = 3$	$(n_2, m_2) = (3, 3)$	จัดเรียงทศจรรยชุดที่ 2 ซึ่งเป็นตารางขนาด 3×3 จะมีจำนวน 3 ตัว ใส่เลข $1, 2, 3$
$n_3 = 5$	$5^2 = 25$	$m_3 = \frac{25+3}{4} = \frac{28}{4} = 7$	$(n_3, m_3) = (5, 7)$	จัดเรียงทศจรรยชุดที่ 3 ซึ่งเป็นตารางขนาด 5×5 จะมีจำนวน 7 ตัว ใส่เลข $1, 2, 3, \dots, 7$
$n_4 = 7$	$7^2 = 49$	$m_4 = \frac{49+3}{4} = \frac{52}{4} = 13$	$(n_4, m_4) = (7, 13)$	จัดเรียงทศจรรยชุดที่ 4 ซึ่งเป็นตารางขนาด 7×7 จะมีจำนวน 13 ตัว ใส่เลข $1, 2, 3, \dots, 13$
$n_5 = 9$	$9^2 = 81$	$m_5 = \frac{81+3}{4} = \frac{84}{4} = 21$	$(n_5, m_5) = (9, 21)$	จัดเรียงทศจรรยชุดที่ 5 ซึ่งเป็นตารางขนาด 9×9 จะมีจำนวน 21 ตัว ใส่เลข $1, 2, 3, \dots, 21$

ตารางที่ 3 (ต่อ) ตารางแสดงความสัมพันธ์ของค่า n และ m

ค่า n	n^2	ค่า $m = \frac{n^2 + 3}{4}$	(n, m)	จัดเรียงหัตถกรรมชุดที่ l ซึ่งเป็นตารางขนาด $n \times n$ จะมีจำนวน m ตัว ใส่เลข $1, 2, 3, \dots, m$
$n_6 = 11$	$11^2 = 121$	$m_6 = \frac{121+3}{4} = 124 = 31$	$(n_6, m_6) = (11, 31)$	จัดเรียงหัตถกรรมชุดที่ 6 ซึ่งเป็นตารางขนาด 11×11 จะมีจำนวน 31 ตัว
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$n_l = 2l - 1$	$(2l - 1)^2$	$m_l = l^2 - l + 1$	$(n_l, m_l) = (2l - 1, l^2 - l + 1)$	จัดเรียงหัตถกรรมชุดที่ l ซึ่งเป็นตารางขนาด $n \times n$ จะมีจำนวน m ตัว ใส่เลข $1, 2, 3, \dots, m$
ค่า n	ค่าลำดับของ $n \rightarrow 1, 3, 5, \dots, 2l + 1$			
ค่า m	ค่าลำดับของ $m \rightarrow 1, 3, 7, \dots, l^2 - l + 1$			

ประเด็นที่ 4 วิธีการใส่ตัวเลขลงในตาราง

7-2(3)	4	3	6	7-2(3)
6	7-2(1)	2	7-2(1)	4
3	2	7	2	3
4	7-2(1)	2	7-2(1)	6
7-2(3)	6	3	4	7-2(3)

ภาพที่ 10 ตำแหน่งการลงยันต์รอดทั้ง 7

หลักการลง

1. จากตัวเลขที่เรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก และตารางขนาด $n \times n$ ช่อง ให้ใส่ ตัวเลขที่มีค่ามากที่สุด (m) ไว้ตำแหน่งตรงกลางสุดของตาราง

2. ให้พิจารณาตามภาพที่ 11 (หน้า 17) ตารางขนาด $n \times n$ ช่อง ซึ่ง n ต้องเป็นจำนวนเต็มคี่บวก เพื่อใส่ตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m ต้องเป็นจำนวนเต็มคี่บวก ต้องมีความสัมพันธ์กับค่า m ดังสมการ $n^2 = 4m - 3$ ดังนี้

3. ตัวเลขที่เหลือให้ลงตามแนวการหมุน 90 องศาในทิศทางเดียวกันตลอดทั้ง 4 ครั้ง

$m - 2\left(\frac{k}{2}(k+1)\right)$								$m - 2\left(\frac{k}{2}(k+1)\right)$
	\ddots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	
	...	$m - 2(1+2)$				$m - 2(1+2)$...	
	...		$m - 2(1)$		$m - 2(1)$...	
	...			m			...	
	...		$m - 2(1)$		$m - 2(1)$...	
	...	$m - 2(1+2)$				$m - 2(1+2)$...	
	\ddots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	
$m - 2\left(\frac{k}{2}(k+1)\right)$								$m - 2\left(\frac{k}{2}(k+1)\right)$

ภาพที่ 11 ตำแหน่งการใส่ตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m ต้องเป็นจำนวนเต็มคี่บวก

พิจารณาเฉพาะแนวสี่เหลี่ยมแนวเดียว ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ตารางแสดงวิธีการวางตัวเลขลงในแนวทแยงมุมของ ตารางขนาด $n \times n$ ช่อง ซึ่ง n ต้องเป็นจำนวนเต็มคี่บวก เพื่อใส่ตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m ต้องเป็นจำนวนเต็มคี่บวกด้วย

วงที่ k	วิธีการหา
1	$k_1 = m - 2(1)$
2	$k_2 = m - 2(1+2)$
3	$k_3 = m - 2(1+2+3)$
4	$k_4 = m - 2(1+2+3+4)$
5	$k_5 = m - 2(1+2+3+4+5) = m - 2\left(\frac{5(1+5)}{2}\right) = m - 5(1+5)$
6	$k_6 = m - 2(1+2+3+4+5+6) = m - 2\left(\frac{6(1+6)}{2}\right) = m - 6(1+6)$
7	$k_7 = m - 2(1+2+3+4+5+6+7) = m - 2\left(\frac{7(1+7)}{2}\right) = m - 7(1+7)$
\vdots	\vdots
k_l	$k_l = m - 2(1+2+3+\dots+l) = m - 2\left(\frac{l(1+l)}{2}\right) = m - l(1+l)$

ประเด็นที่ 5 การหาค่า k

จาก

$$1.1 \quad n^2 = 4m - 3 \quad \text{หรือ} \quad n = \sqrt{4m - 3}, n = 1, 3, 5, \dots$$

$$1.2 \quad m = \frac{n^2 + 3}{4}$$

1.3 วิธีการใส่ค่าตัวเลขในแนวทแยงมุมจากในออกนอกทั้ง 4 แนว มีสูตร คือ $m, m - 2(1), m - 2(1+2), m - 2(1+2+3), \dots, m - 2(1+2+3+\dots+k)$ หรือ $m - 2\left(\frac{k}{2}(k+1)\right)$

เมื่อ k คือ ลำดับที่ของชั้นนอกสุด และได้สมการหาค่า $k = \frac{n-1}{2}$ หรือ $n = 2k + 1$

ซึ่งทำให้ได้ว่า $k = \frac{\sqrt{4m-3}-1}{2}$ หรือ $m = \frac{(2k+1)^2 + 3}{4}$

ตารางที่ 5 ตารางความสัมพันธ์ของค่า n, m และ k เมื่อ $n = 1, 3, 5, \dots$

ค่า n	ค่า m		ค่า k	
	$m = \frac{n^2 + 3}{4}$	$m = \frac{(2k+1)^2 + 3}{4}$	$k = \frac{n-1}{2}$	$k = \frac{\sqrt{4m-3}-1}{2}$
1	$m = \frac{(1)^2 + 3}{4} = 1$	$m = \frac{(2(0)+1)^2 + 3}{4} = \frac{4}{4} = 1$	$k = \frac{(1)-1}{2} = 0$	$k = \frac{\sqrt{4(1)-3}-1}{2} = \frac{0}{2} = 0$
3	$m = \frac{(3)^2 + 3}{4} = 3$	$m = \frac{(2(1)+1)^2 + 3}{4} = \frac{12}{4} = 3$	$k = \frac{(3)-1}{2} = 1$	$k = \frac{\sqrt{4(3)-3}-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$
5	$m = \frac{(5)^2 + 3}{4} = 7$	$m = \frac{(2(2)+1)^2 + 3}{4} = \frac{28}{4} = 7$	$k = \frac{(5)-1}{2} = 2$	$k = \frac{\sqrt{4(7)-3}-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$
7	$m = \frac{(7)^2 + 3}{4} = 13$	$m = \frac{(2(3)+1)^2 + 3}{4} = \frac{52}{4} = 13$	$k = \frac{(7)-1}{2} = 3$	$k = \frac{\sqrt{4(13)-3}-1}{2} = \frac{6}{2} = 3$
9	$m = \frac{(9)^2 + 3}{4} = 21$	$m = \frac{(2(4)+1)^2 + 3}{4} = \frac{84}{4} = 21$	$k = \frac{(9)-1}{2} = 4$	$k = \frac{\sqrt{4(21)-3}-1}{2} = \frac{8}{2} = 4$
11	$m = \frac{(11)^2 + 3}{4} = 31$	$m = \frac{(2(5)+1)^2 + 3}{4} = \frac{124}{4} = 31$	$k = \frac{(11)-1}{2} = 5$	$k = \frac{\sqrt{4(31)-3}-1}{2} = \frac{10}{2} = 5$

ตอนที่ 2. การศึกษาสมบัติเชิงพีชคณิตและแบบแผนรูปเชิงเรขาคณิตของตำแหน่งของแต่ละจำนวนจากการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากผลการลงเรียนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

จากตอนที่ 1 พบว่า

- 2.1 ผลบวกแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.2 ผลบวกในแนวทแยงแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.3 ผลบวกในแนวนอนแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.4 ผลบวกในแนวตั้งแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.5 ผลคูณแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.6 ผลคูณในแนวทแยงแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.7 ผลคูณในแนวนอนแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.8 ผลคูณในแนวตั้งแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.9 แนวการวางของแต่ละตัวเลขยกเว้นตำแหน่งกลางของตารางจัตุรัส มีแนวเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส

บทที่ 5

สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ

จากผลการดำเนินการศึกษาโครงการประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบาย เรื่อง จัดผู้สมมติศจรรยกับ เรือนยันต์ล้านนา ในครั้งนี้ คณะผู้ศึกษาได้ข้อสรุปของผลการศึกษาดังนี้

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรือนยันต์ล้านนา แบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

2. เพื่อศึกษาสมบัติเชิงพีชคณิตและแบบฉบับรูปเชิงเรขาคณิตของตำแหน่งของแต่ละจำนวนจากการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง โดยอาศัยหลักการสังเกตจากกลการลงเรือนยันต์ล้านนาแบบ 7 พยางค์ ในตารางขนาด 5×5 ช่อง

ผลการศึกษา

1. การวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงใน ตารางขนาด $n \times n$ มีความสัมพันธ์กับค่า m ดังสมการ $n^2 = 4m - 3$
 - 1.1 $n^2 = 4m - 3$ หรือ $n = \sqrt{4m - 3}, n = 1, 3, 5, \dots$
 - 1.2 $m = \frac{n^2 + 3}{4}$
 - 1.3 วิธีการใส่ค่าตัวเลขในแนวทแยงมุมจากในออกนอกทั้ง 4 แนว มีสูตร คือ $m, m - 2(1), m - 2(1 + 2), m - 2(1 + 2 + 3), \dots, m - 2(1 + 2 + 3 + \dots + k)$ หรือ $m - 2\left(\frac{k}{2}(k + 1)\right) = k(k + 1)$

เมื่อ k คือ ลำดับที่ของชั้นนอกสุด

$$1.4 \quad k = \frac{n-1}{2} \text{ หรือ } n = 2k + 1$$

$$1.5 \quad k = \frac{\sqrt{4m-3}-1}{2} \text{ หรือ } m = \frac{(2k+1)^2 + 3}{4}$$

2. สมบัติเชิงพีชคณิตและแบบฉบับรูปเชิงเรขาคณิตของตำแหน่งของแต่ละจำนวนจากการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง คือ

2.1 ผลบวกแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ

2.2 ผลบวกในแนวทแยงแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ

- 2.3 ผลบวกในแนวนอนแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.4 ผลบวกในแนวตั้งแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.5 ผลคูณแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.6 ผลคูณในแนวทแยงแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.7 ผลคูณในแนวนอนแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.8 ผลคูณในแนวตั้งแต่ละ ชั้น k มีค่าเท่ากันเสมอ
- 2.9 แนวการวางของแต่ละตัวเลขยกเว้นตำแหน่งกลางของตารางจัตุรัส

มีแนวเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ข้อเสนอแนะจากการดำเนินการศึกษาในครั้งนี้อย่างต่อเนื่อง

1. ควรศึกษาสมบัติอื่นๆ จากตารางกลการลงยันต์
2. ควรใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์/วิศวกรรมศาสตร์/สถิติ ช่วยหารูปแบบความสัมพันธ์ของการวางตำแหน่งของตัวเลขเรียงกันตั้งแต่ 1 ถึง m โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ลงในตารางขนาด $n \times n$ ช่อง เพื่อให้เห็นรูปแบบการศึกษาที่ชัดเจนมากขึ้น

บรรณานุกรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.หนังสือเรียน

สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. พิมพ์ครั้งที่ 3.

คุรุสภาลาดพร้าว : กรุงเทพฯ, 2553.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.หนังสือเรียน

สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. พิมพ์ครั้งที่ 3.

คุรุสภาลาดพร้าว : กรุงเทพฯ, 2553.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.หนังสือเรียน

สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. พิมพ์ครั้งที่ 3.

คุรุสภาลาดพร้าว : กรุงเทพฯ, 2553.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.หนังสือเรียน

สาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. พิมพ์ครั้งที่ 3.

คุรุสภาลาดพร้าว : กรุงเทพฯ, 2552.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

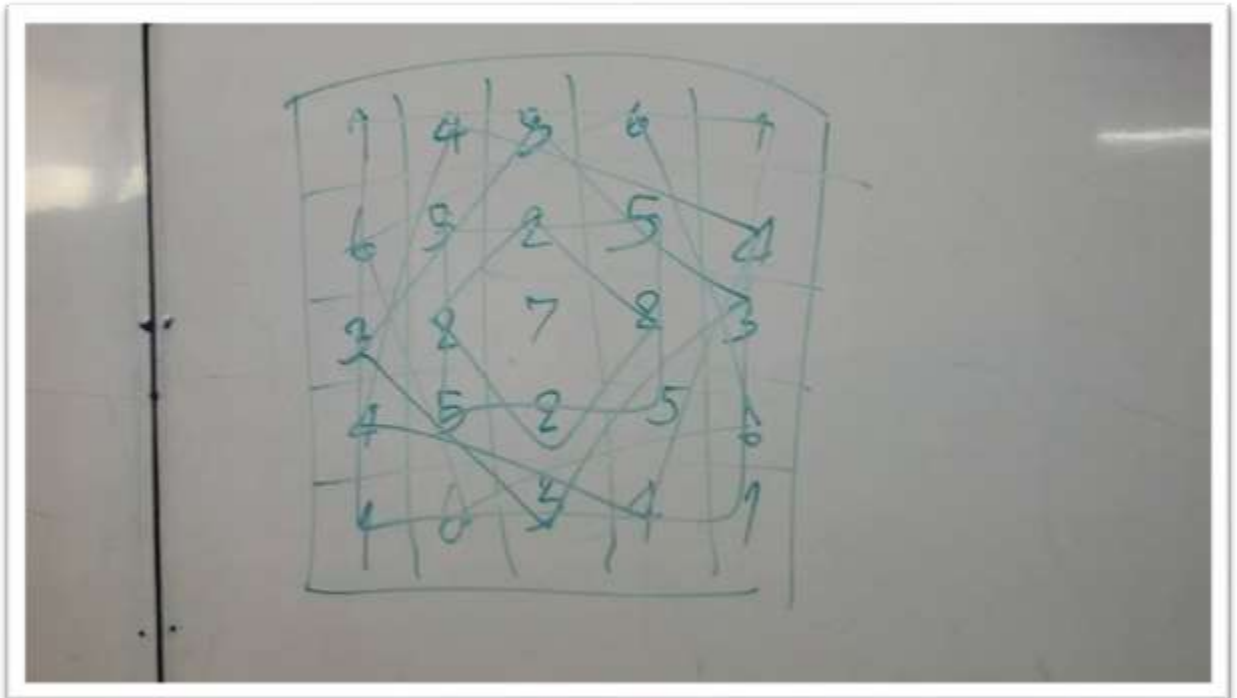
ประวัติผู้จัดทำ

ประวัติผู้ศึกษา

ชื่อ	นายนนท์ปวิธ ถิ่นมุกดา
วันเดือนปีเกิด	วันอังคาร ที่ 21 เดือนกันยายน พ.ศ. 2543
ที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 75 หมู่ 11 บ้านพระเนตร ตำบลต้า อำเภอลำดวน จังหวัดบุรีรัมย์ รหัสไปรษณีย์ 57340
ประวัติการศึกษา	จบระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนอนุบาลบ้านพระเนตร จบระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากโรงเรียนเทิงวิทยาคม ปัจจุบันกำลังศึกษาอยู่ใน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 โรงเรียนเทิงวิทยาคม
ชื่อ	นายเอกรินทร์ อินคำ
วันเดือนปีเกิด	วันพฤหัสบดี ที่ 20 เดือนเมษายน พ.ศ. 2543
ที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 209 หมู่ 8 บ้านเวียงหวาย ตำบลเม็งราย อำเภอลำดวน จังหวัดบุรีรัมย์ รหัสไปรษณีย์ 57290
ประวัติการศึกษา	จบระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนกฤษณาทวิวิทย์ จบระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากโรงเรียนกฤษณาทวิวิทย์ ปัจจุบันกำลังศึกษาอยู่ใน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 โรงเรียนเทิงวิทยาคม
ชื่อ	นายทิวากร ศรีโม
วันเดือนปีเกิด	วันอาทิตย์ ที่ 18 เดือนกรกฎาคม พ.ศ. 2543
ที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 37 หมู่ 2 บ้านดัดเต่า ตำบลดัดเต่า อำเภอลำดวน จังหวัดบุรีรัมย์ รหัสไปรษณีย์ 57160
ประวัติการศึกษา	จบระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนอนุบาลดัดเต่า (ไคร้สามัคคี วิทยา) จบระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากโรงเรียนเทิงวิทยาคม ปัจจุบันกำลังศึกษาอยู่ใน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 โรงเรียนเทิงวิทยาคม

ภาคผนวก ข

ประมวลภาพการดำเนินการศึกษา



ใส่จำนวนค่าหรือพยางค์ (ค่า m)	ผลลัพธ์ (ค่า n)	สรุป
7	5	ไขได้

ค่า n ที่สามารถสร้างตารางขนาด n x n	จำนวนค่าหรือพยางค์ (ค่า m)	สรุป
5	7	ไขได้



เลขที่ สพม.๓๖-น.๑๖๓๗๒/๒๕๖๐

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

ขอมอบเกียรติบัตรฉบับนี้ให้ไว้เพื่อแสดงว่า

นายทิวากร ศรีโม

โรงเรียนเทิงวิทยาคม

ได้รับรางวัลระดับเหรียญทอง รองชนะเลิศอันดับที่ ๑

กิจกรรม การประกวดโครงงานคณิตศาสตร์ ประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้น ม.๔ - ม.๖

งานศิลปหัตถกรรมนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จังหวัดเชียงราย ครั้งที่ ๖๗ ปีการศึกษา ๒๕๖๐

“รัฐราษฎร์รวมใจ ศิลปะไทยล้ำค่า เด็กเหนือพัฒนา ก้าวสู่สากล”

วันที่ ๘,๑๐,๑๑ พฤศจิกายน ๒๕๖๐ ณ โรงเรียนแม่ลาววิทยาคม, โรงเรียนพานพิทยาคม และโรงเรียนพานพิเศษพิทยา

ขอให้ความวิริยะ อุตสาหะ และความสามารถของท่านเป็นที่ประจักษ์ต่อไป

(นายประจักษ์ สีหราช)

รองผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

รักษาราชการแทนผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖





เลขที่ สพม.๓๖-น.๑๖๓๖๔/๒๕๖๐

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

ขอมอบเกียรติบัตรฉบับนี้ให้ไว้เพื่อแสดงว่า

นายหน้ทปวีธ ถิ่นมุกดา

โรงเรียนเทิงวิทยาคม

ได้รับรางวัลระดับเหรียญทอง รองชนะเลิศอันดับที่ ๑

กิจกรรม การประกวดโครงการคณิตศาสตร์ ประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้น ม.๔ - ม.๖

งานศิลปหัตถกรรมนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จังหวัดเชียงราย ครั้งที่ ๖๗ ปีการศึกษา ๒๕๖๐

“รัฐราษฎร์รวมใจ ศิลปะไทยล้ำค่า เด็กเหนือพัฒนา ก้าวสู่สากล”

วันที่ ๘,๑๐,๑๑ พฤศจิกายน ๒๕๖๐ ณ โรงเรียนแม่ลาววิทยาคม, โรงเรียนพานพิทยาคม และโรงเรียนพานพิเศษพิทยา

ขอให้ความวิริยะ อุตสาหะ และความสามารถของท่านเป็นที่ประจักษ์ต่อไป

(นายประจักษ์ สีหราช)

รองผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

รักษาราชการแทนผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖





เลขที่ สพม.๓๖-น.๑๖๓๓๐/๒๕๖๐

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

ขอมอบเกียรติบัตรฉบับนี้ให้ไว้เพื่อแสดงว่า

นายเอกรินทร์ อินคำ

โรงเรียนเทิงวิทยาคม

ได้รับรางวัลระดับเหรียญทอง รองชนะเลิศอันดับที่ ๑

กิจกรรม การประกวดโครงงานคณิตศาสตร์ ประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้น ม.๔ - ม.๖

งานศิลปหัตถกรรมนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จังหวัดเชียงราย ครั้งที่ ๖๗ ปีการศึกษา ๒๕๖๐

“รัฐราษฎร์รวมใจ ศิลปะไทยล้ำค่า เด็กเหนือพัฒนา ก้าวสู่สากล”

วันที่ ๘,๑๐,๑๑ พฤศจิกายน ๒๕๖๐ ณ โรงเรียนแม่ลาววิทยาคม, โรงเรียนพานพิทยาคม และโรงเรียนพานพิเศษพิทยา

ขอให้ความวิริยะ อุตสาหะ และความสามารถของท่านเป็นที่ประจักษ์ต่อไป

(นายประจักษ์ สีหราช)

รองผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

รักษาราชการแทนผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖





เลขที่ สพม.๓๖-ป.๑๓๓๕๔/๒๕๖๐

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

ขอมอบเกียรติบัตรฉบับนี้ให้ไว้เพื่อแสดงว่า

นางสาวรารัตน์ ใจพลแสน

โรงเรียนเทิงวิทยาคม

ครูผู้สอนนักเรียน ได้รับรางวัลระดับเหรียญทอง รองชนะเลิศอันดับที่ ๑

กิจกรรม การประกวดโครงงานคณิตศาสตร์ ประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้น ม.๔ - ม.๖

งานศิลปหัตถกรรมนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จังหวัดเชียงราย ครั้งที่ ๖๗ ปีการศึกษา ๒๕๖๐

“รัฐราษฎร์รวมใจ ศิลปะไทยล้ำค่า เด็กเหนือพัฒนา ก้าวสู่สากล”

วันที่ ๘,๑๐,๑๑ พฤศจิกายน ๒๕๖๐ ณ โรงเรียนแม่ลาววิทยาคม, โรงเรียนพานพิทยาคม และโรงเรียนพานพิเศษพิทยา

ขอให้ความวิริยะ อุตสาหะ และความสามารถของท่านเป็นที่ประจักษ์ต่อไป

(นายประจักษ์ สีหราช)

รองผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

รักษาราชการแทนผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖





เลขที่ สพม.๓๖-ป.๑๓๓๕๓/๒๕๖๐

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

ขอมอบเกียรติบัตรฉบับนี้ให้ไว้เพื่อแสดงว่า

นายอาหนึ่ง ชูไวย

โรงเรียนเทิงวิทยาคม

ครูผู้สอนนักเรียน ได้รับรางวัลระดับเหรียญทอง รองชนะเลิศอันดับที่ ๑

กิจกรรม การประกวดโครงงานคณิตศาสตร์ ประเภทสร้างทฤษฎีหรือคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้น ม.๔ - ม.๖

งานศิลปหัตถกรรมนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จังหวัดเชียงราย ครั้งที่ ๖๗ ปีการศึกษา ๒๕๖๐

“รัฐราษฎร์รวมใจ ศิลปะไทยล้ำค่า เด็กเหนือพัฒนา ก้าวสู่สากล”

วันที่ ๘,๑๐,๑๑ พฤศจิกายน ๒๕๖๐ ณ โรงเรียนแม่ลาววิทยาคม, โรงเรียนพานพิทยาคม และโรงเรียนพานพิเศษพิทยา

ขอให้ความวิริยะ อุตสาหะ และความสามารถของท่านเป็นที่ประจักษ์ต่อไป

(นายประจักษ์ สีหราช)

รองผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

รักษาราชการแทนผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๓๖

